

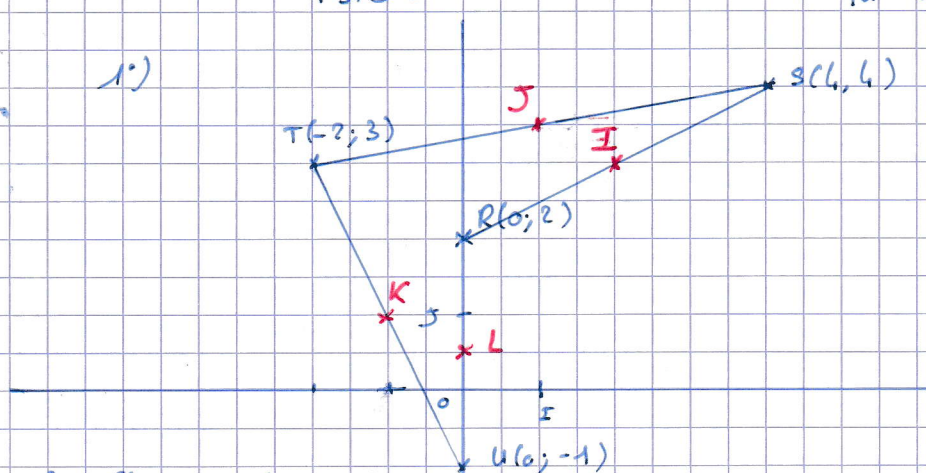
Ex 09.A

1°) $\vec{u} + \vec{v} \quad \left| \begin{array}{l} 2+1 = 3 \\ 3+3 = 6 \end{array} \right.$

2°) $\vec{u} + \vec{v} \quad \left| \begin{array}{l} 1+(-2) = -1 \\ 4+6 = 10 \end{array} \right.$

Ex 09.B

1°)



2°) $\begin{cases} x_I = \frac{x_T + x_S}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_T + y_S}{2} = \frac{3+4}{2} = 3.5 \end{cases}$

donc $I(1; 3.5)$ (une lecture graphique n'est pas suffisante).
Essayons par la suite d'utiliser la géométrie vectorielle (par s'entraîner):

I est le milieu de $[TS]$ si $\vec{TI} = \frac{1}{2} \vec{TS}$

Or $\vec{TS} \quad \left| \begin{array}{l} 4-(-2) = 6 \\ 4-3 = 1 \end{array} \right.$

donc $\vec{TI} \quad \left| \begin{array}{l} 3 \\ 1.5 \end{array} \right.$

donc $\begin{cases} x_I - x_T = x_S - (-2) = 3 \\ y_I - y_T = y_S - 3 = 1 \end{cases}$

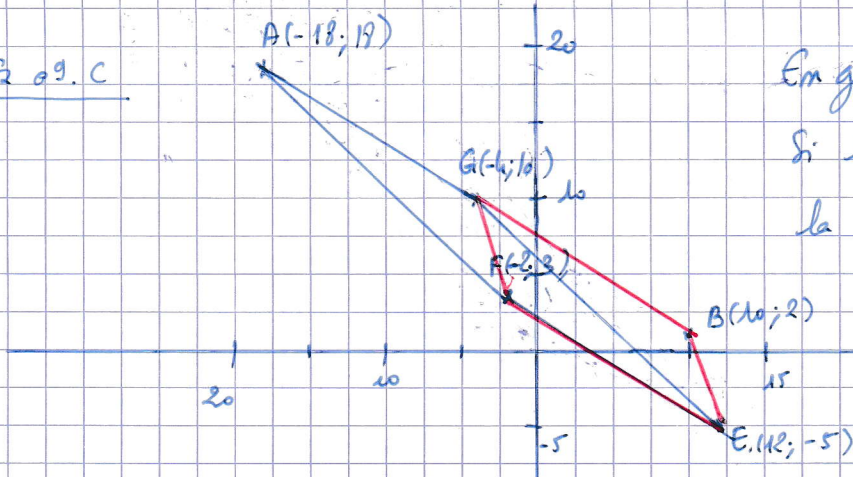
D'où $\begin{cases} x_I = 3 + (-2) = 1 \\ y_I = 1 + 3 = 4 \end{cases}$, i.e. $I(1; 4)$.

C'est plus simple avec les coordonnées des points, mais il faut savoir exprimer vectoriellement le milieu d'un segment.

Coordonnées de K : $\begin{cases} x_K = \frac{-2+0}{2} = -1 \\ y_K = \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases}$, donc $K(-1; 1)$

Coordonnées de L : $\begin{cases} x_L = \frac{0+4}{2} = 2 \\ y_L = \frac{2-1}{2} = 0.5 \end{cases}$, donc $L(2; 0.5)$.

Ex 09.C



En géométrie, toujours faire une figure.
Si l'énoncé ne la demande pas, la faire au brouillon.

1°) EFAG est un parallélogramme si $\vec{EF} = \vec{GA}$.

Exo 9 2/8

$$\text{Or } \vec{EF} \begin{vmatrix} -2 - 12 = -14 \\ 3 - (-5) = 8 \end{vmatrix}$$

$$\text{Ainsi: } \vec{GA} \begin{vmatrix} -14 = x_A - (-6) = x_A + 6 \\ 8 = y_A - 10 = y_A - 10 \end{vmatrix}$$

Ainsi, EFAG est un parallélogramme si

$$\begin{cases} x_A + 6 = -14 \\ y_A - 10 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -20 \\ y_A = 18 \end{cases}$$

|| Donc A(-20; 18)

• EFGB est un parallélogramme si $\vec{FE} = \vec{GB}$.

$$\text{Or } \vec{FE} = -\vec{EF}, \text{ donc } \vec{FE} \begin{vmatrix} 14 \\ -8 \end{vmatrix}$$

$$\text{EFGB parallélogramme si } \vec{GB} \begin{vmatrix} 14 \\ -8 \end{vmatrix}, \text{ i.e.}$$

$$\begin{cases} x_B - (-6) = 14 \\ y_B - 10 = -8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 8 \\ y_B = 2 \end{cases}$$

|| Donc B(8; 2).

2°) G est le milieu de (AB) si $\vec{AG} = \frac{1}{2} \vec{AB}$

$$\text{Or } \vec{AG} \begin{vmatrix} -6 - (-20) = 14 \\ 10 - 18 = -8 \end{vmatrix}$$

$$\text{et } \vec{AB} \begin{vmatrix} 10 - (-20) = 30 \\ 2 - 18 = -16 \end{vmatrix}$$

|| On a bien $\vec{AG} = \frac{1}{2} \vec{AB}$, donc G est le milieu de [AB].

Exo 9.D

$$1°) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} -10 & -3 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = -20 - (-18) = -20 + 18 = -2$$

2°) Ils ne sont pas colinéaires car leur déterminant n'est pas nul.
N.B.: Deux vecteurs non colinéaires forment une base du plan.

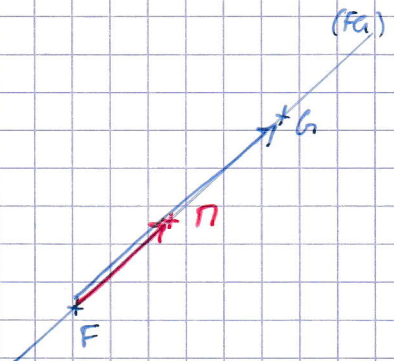
Exo 9.E

1°) $M \in (FG)$ si $\vec{FM}$ et $\vec{FG}$ sont colinéaires

i.e. si $\det(\vec{FM}; \vec{FG}) = 0$.

$$\text{Or } \vec{FM} \begin{vmatrix} 1 - (-1) = 2 \\ y - 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{et } \vec{FG} \begin{vmatrix} 7 - (-1) = 8 \\ 2 - 6 = -4 \end{vmatrix}$$



Donc $\det(\vec{F_1}; \vec{F_2}) = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ y-4 & -2 \end{vmatrix}$

$$= -4 - 8(y-4) = -4 - 8y + 32 = -8y + 28$$

Ainsi, $\Pi \in (FG)$ si $-8y + 28 = 0$

$$8y = 28$$

$$\parallel y = \frac{7}{2}$$

2.) De la même manière, $(EF) \parallel (GN)$ si $\vec{EF}$ et $\vec{GN}$ sont colinéaires, i.e. si $\det(\vec{EF}; \vec{GN}) = 0$.

Or $\vec{EF} \begin{vmatrix} -1-5 = -6 \\ 6-(-1) = 5 \end{vmatrix}$ et $\vec{GN} \begin{vmatrix} 1-7 = -6 \\ y-2 \end{vmatrix}$

Donc $\det(\vec{EF}, \vec{GN}) = \begin{vmatrix} -6 & -6 \\ 5 & y-2 \end{vmatrix}$

$$= -6(y-2) + 30$$

$$= -6y + 12 + 30$$

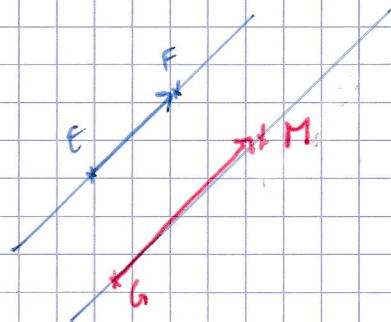
$$= -6y + 42$$

Ainsi, $(EF) \parallel (GN)$ si $-6y + 42 = 0$

$$6y = 42$$

$$y = \frac{42}{6} = \frac{21}{3} = 7$$

$$\parallel y = 7$$



Ex 09.F (faire une figure rapide au brouillon).

1.) $\begin{cases} x_p = \frac{4+0}{2} = 2 \\ y_p = \frac{0+2}{2} = \frac{2}{2} \end{cases}$

(faire à la main les résultats dans une calculatrice autant que possible)

2.) Coordonnées de S.

$$\vec{BS} \begin{vmatrix} x_s - 0 = x_s \\ y_s - 7 \end{vmatrix}$$

$$; \vec{CB} \begin{vmatrix} 0 - (-6) = 6 \\ 7 - (-5) = 12 \end{vmatrix}$$

, donc $\frac{1}{3} \vec{CB} \begin{vmatrix} \frac{6}{3} = 2 \\ \frac{12}{3} = 4 \end{vmatrix}$

Finalement, $\vec{BS} = \frac{1}{3} \vec{CB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_s = 2 \\ y_s - 7 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_s = 2 \\ y_s = 11 \end{cases}$

$\parallel$ Donc $S(2; 11)$.

• Condamner de T.

GP 09 4/8

Tout d'abord, $5\vec{CT} = 6\vec{CA} \Leftrightarrow \vec{CT} = \frac{6}{5}\vec{CA}$.

$$\vec{CT} \begin{cases} x_T - (-6) = x_T + 6 \\ y_T - (-5) = y_T + 5 \end{cases}; \quad \vec{CA} \begin{cases} 4 - (-6) = 4 + 6 = 10 \\ 0 - (-5) = 5 \end{cases}, \text{ donc } \frac{6}{5}\vec{CA} \begin{cases} 8 \\ 6 \end{cases}$$

$$\text{Finalement, } 5\vec{CT} = 6\vec{CA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_T + 6 = 8 \\ y_T + 5 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_T = 2 \\ y_T = -1 \end{cases}$$

|| Donc $T(2; -1)$.

3.) Dans le cas général, $P \in (ST)$ si $\vec{SP}$ et $\vec{ST}$ sont colinéaires.

Ici, on a $x_P = 2$, $x_S = 2$ et $x_T = 2$.

Donc les points P, S et T sont tous les trois sur la droite d'équation $x = 2$.

|| Ainsi, $P \in (ST)$.

GP 09.6

(Les figures se font au crayon. Je me les fais au stylo que par qu'elle soient plus lisibles quand je les scanne).

